Exámenes de Selectividad

Matemáticas II. Madrid 2020, Ordinaria

mentoor.es

Ejercicio 1. Opción A. Álgebra

Se considera el siguiente sistema de ecuaciones dependientes del parámetro real a:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x + ay} & \boldsymbol{+z = a + 1} \\ \boldsymbol{-ax + y} & \boldsymbol{-z = 2a} \\ \boldsymbol{\quad - y} & \boldsymbol{+z = a} \end{cases}$$

Se pide:

a) **Discutir el sistema según los diferentes valores de a.**
b) **Resolver el sistema para $\boldsymbol{a = 0}$.**

Solución:

a) **Discutir el sistema según los diferentes valores de a.**

La matriz ampliada del sistema es:

$$(A|A^*) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & a+1 \\ -a & 1 & -1 & 2a \\ 0 & -1 & 1 & a \end{array} \right)$$

Calculamos el determinante de la matriz de coeficientes A:

$$\begin{aligned} |A| &= \begin{vmatrix} 1 & a & 1 \\ -a & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 1(1-1) - a(-a-0) + 1(a-0) \\ &= 0 + a^2 + a = a(a+1) \end{aligned}$$

Igualamos el determinante a cero: $|A| = a(a+1) = 0$. Los valores críticos son $a = 0$ y $a = -1$.

Caso 1: Si $\boldsymbol{a \neq 0}$ y $\boldsymbol{a \neq -1}$. $|A| \neq 0 \implies \text{Rg}(A) = 3$. Como $\text{Rg}(A) = \text{Rg}(A^*) = 3$ (nº incógnitas), el sistema es Compatible Determinado (S.C.D.).

Caso 2: Si $\boldsymbol{a = 0}$.

$$(A|A^*) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$|A| = 0 \implies \text{Rg}(A) < 3$. El menor $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \implies \text{Rg}(A) = 2$. En A^*, $F_3 = -F_2$. $\text{Rg}(A^*) = 2$. $\text{Rg}(A) = \text{Rg}(A^*) = 2 < 3$. Sistema Compatible Indeterminado (S.C.I.).

Caso 3: Si $\boldsymbol{a = -1}$.

$$(A|A^*) = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \end{array} \right)$$

$|A| = 0 \implies \text{Rg}(A) < 3$. El menor $\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \implies \text{Rg}(A) = 2$. Busquemos un menor 3x3 distinto de 0.

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & -1 \end{vmatrix} = 1(-1-2) - (-1)(-1-0) + 0 = -3 - 1 = -4 \neq 0.$$

$\text{Rg}(A^*) = 3$. $\text{Rg}(A) = 2 \neq \text{Rg}(A^*) = 3$. Sistema Incompatible (S.I.).

$$\boxed{\begin{array}{l}\textbf{Si } \boldsymbol{a \neq 0} \textbf{ y } \boldsymbol{a \neq -1}: \ \textbf{S.C.D.} \\ \textbf{Si } \boldsymbol{a = 0}: \ \textbf{S.C.I.} \\ \textbf{Si } \boldsymbol{a = -1}: \ \textbf{S.I.}\end{array}}$$

b) Resolver el sistema para $\boldsymbol{a = 0}$.

Para $a = 0$, el sistema es S.C.I. El sistema equivalente es:

$$\begin{cases} x + z = 1 \\ y - z = 0 \end{cases}$$

Tomamos $z = \lambda$ $(\lambda \in \mathbb{R})$. $y = z = \lambda$. $x = 1 - z = 1 - \lambda$.

$$\boxed{\textbf{Para } \boldsymbol{a = 0} \textbf{ (S.C.I.), la solución es: } \begin{cases} \boldsymbol{x = 1 - \lambda} \\ \boldsymbol{y = \lambda} \\ \boldsymbol{z = \lambda} \end{cases} \qquad (\lambda \in \mathbb{R})}$$

Ejercicio 2. Opción A. Análisis

Dadas las funciones $f(x) = x^3 + 3x^2 - 1$ y $g(x) = 6x$, se pide:

a) **Justificar, usando el teorema adecuado, que existe algún punto en el intervalo [1, 10] en el que ambas funciones toman el mismo valor.**
b) **Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ con pendiente mínima.**
c) **Calcular $\int_1^2 \frac{f(x)}{g(x)} dx$.**

Solución:

a) **Justificar, usando el teorema adecuado, que existe algún punto en el intervalo [1, 10] en el que ambas funciones toman el mismo valor.**

Buscamos $c \in [1, 10]$ tal que $f(c) = g(c)$.
Sea $h(x) = f(x) - g(x) = x^3 + 3x^2 - 6x - 1$.
$h(x)$ es continua en $[1, 10]$.
$h(1) = 1 + 3 - 6 - 1 = -3 < 0$.
$h(10) = 1000 + 300 - 60 - 1 = 1239 > 0$.
Por el Teorema de Bolzano, existe $c \in (1, 10)$ tal que $h(c) = 0$, es decir, $f(c) = g(c)$.

$$\boxed{\textbf{Sí existe tal punto, por el Teorema de Bolzano aplicado a } h(x) = f(x) - g(x).}$$

b) **Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ con pendiente mínima.**

Pendiente $m(x) = f'(x) = 3x^2 + 6x$.
Minimizamos $m(x)$. $m'(x) = f''(x) = 6x + 6 \quad \to \quad m'(x) = 0 \implies x = -1$.
$m''(x) = f'''(x) = 6 > 0 \implies$ mínimo en $x = -1$.
Pendiente mínima $m(-1) = 3(-1)^2 + 6(-1) = -3$.
Punto de tangencia $(-1, f(-1))$. $f(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 - 1 = -1 + 3 - 1 = 1$. Punto $(-1, 1)$.
Recta tangente: $y - 1 = -3(x - (-1)) \implies y = -3x - 2$.

$$\boxed{\textbf{La ecuación de la recta tangente es } y = -3x - 2.}$$

c) **Calcular $\int_1^2 \frac{f(x)}{g(x)} dx$.**

$$I = \int_1^2 \frac{x^3 + 3x^2 - 1}{6x} dx = \int_1^2 \left(\frac{x^2}{6} + \frac{x}{2} - \frac{1}{6x} \right) dx$$

Primitiva:

$$F(x) = \frac{x^3}{18} + \frac{x^2}{4} - \frac{\ln|x|}{6}$$

$$I = F(2) - F(1) = \left(\frac{8}{18} + \frac{4}{4} - \frac{\ln 2}{6} \right) - \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{4} - \frac{\ln 1}{6} \right)$$

$$I = \left(\frac{4}{9} + 1 - \frac{\ln 2}{6} \right) - \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{4} \right) = \frac{13}{9} - \frac{\ln 2}{6} - \frac{11}{36} = \frac{52 - 6\ln 2 - 11}{36} = \frac{41 - 6\ln 2}{36}$$

$$\boxed{\int_1^2 \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{41 - 6\ln(2)}{36}}$$

Ejercicio 3. Opción A. Geometría

Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x - y = 2 \\ 3x - z = -1 \end{cases}$, $s \equiv \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ y = -4 - \lambda, \\ z = \lambda \end{cases}$ **se pide:**

a) **Calcular la posición relativa de las rectas r y s.**
b) **Hallar la ecuación del plano perpendicular a la recta r y que pasa por el punto** $P(2, -1, 5)$.
c) **Encontrar la ecuación del plano paralelo a la recta r que contiene a la recta s.**

Solución:

a) **Calcular la posición relativa de las rectas r y s.**

r: $y = x - 2, z = 3x + 1$. Punto $A(0, -2, 1)$, $\vec{v}_r = (1, 1, 3)$.
s: Punto $B(-1, -4, 0)$, $\vec{v}_s = (2, -1, 1)$.
$\vec{v}_r, \vec{v}_s$ no proporcionales. Se cortan o cruzan.
$\vec{AB} = (-1, -2, -1)$.

$$[\vec{AB}, \vec{v}_r, \vec{v}_s] = \begin{vmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -1(1 - (-3)) - (-2)(1 - 6) + (-1)(-1 - 2) = -4 + 2(-5) - 1(-3) =$$

$-4 - 10 + 3 = -11 \neq 0$. Las rectas se cruzan.

$$\boxed{\textbf{Las rectas r y s se cruzan.}}$$

b) **Hallar la ecuación del plano perpendicular a la recta r y que pasa por el punto** $P(2, -1, 5)$.

Plano $\pi \perp r$. Normal $\vec{n}_\pi = \vec{v}_r = (1, 1, 3)$.
Ecuación: $x + y + 3z + D = 0$.
Pasa por $P(2, -1, 5)$: $2 + (-1) + 3(5) + D = 0 \implies 16 + D = 0 \implies D = -16$. $\pi \equiv x + y + 3z - 16 = 0$.

$$\boxed{\boldsymbol{\pi \equiv x + y + 3z - 16 = 0}}$$

c) **Encontrar la ecuación del plano paralelo a la recta r que contiene a la recta s.**

Plano σ contiene a s (punto $B(-1, -4, 0)$, $\vec{v}_s = (2, -1, 1)$) y es paralelo a r (contiene $\vec{v}_r = (1, 1, 3)$).

$$\sigma \equiv \begin{vmatrix} x + 1 & y + 4 & z \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$(x + 1)(-3 - 1) - (y + 4)(6 - 1) + z(2 - (-1)) = 0$
$-4(x + 1) - 5(y + 4) + 3z = 0 \implies -4x - 4 - 5y - 20 + 3z = 0$.
$4x + 5y - 3z + 24 = 0$.

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma \equiv 4x + 5y - 3z + 24 = 0}}$$

Ejercicio 4. Opción A. Probabilidad

Un arquero aficionado dispone de 4 flechas y dispara a un globo colocado en el centro de una diana. La probabilidad de alcanzar el blanco en el primer tiro es del 30%. En los lanzamientos sucesivos la puntería se va afinando, de manera que en el segundo es del 40%, en el tercero del 50% y en el cuarto del 60%. Se pide:

a) **Calcular la probabilidad de que el globo haya explotado sin necesidad de hacer el cuarto disparo.**
b) **Calcular la probabilidad de que el globo siga intacto tras el cuarto disparo.**
c) **En una exhibición participan diez arqueros profesionales, que aciertan un 85% de sus lanzamientos. Calcular la probabilidad de que entre los 10 hayan explotado exactamente 6 globos al primer disparo.**

Solución:

Sean A_i = "Acierto en disparo i", F_i = "Fallo en disparo i".

$P(A_1) = 0.3, P(F_1) = 0.7$. $P(A_2) = 0.4, P(F_2) = 0.6$. $P(A_3) = 0.5, P(F_3) = 0.5$. $P(A_4) = 0.6, P(F_4) = 0.4$.

a) **Calcular la probabilidad de que el globo haya explotado sin necesidad de hacer el cuarto disparo.**

Explota en disparo 1, 2 ó 3.

$$P(\text{Explota en 1, 2 ó 3}) = P(A_1) + P(F_1 \cap A_2) + P(F_1 \cap F_2 \cap A_3)$$

Asumiendo independencia:

$$= P(A_1) + P(F_1)P(A_2) + P(F_1)P(F_2)P(A_3)$$

$$= 0.3 + (0.7)(0.4) + (0.7)(0.6)(0.5) = 0.3 + 0.28 + 0.21 = 0.79.$$

$$\boxed{\textbf{Probabilidad de no lanzar cuarta flecha} = \mathbf{0.79}}$$

b) **Calcular la probabilidad de que el globo siga intacto tras el cuarto disparo.**

Fallar los 4 disparos. $P(F_1 \cap F_2 \cap F_3 \cap F_4)$

$$= P(F_1)P(F_2)P(F_3)P(F_4) = (0.7)(0.6)(0.5)(0.4) = 0.084.$$

$$\boxed{\textbf{Probabilidad de fallar los cuatro disparos} = \mathbf{0.084}}$$

c) **En una exhibición participan diez arqueros profesionales, que aciertan un 85% de sus lanzamientos. Calcular la probabilidad de que entre los 10 hayan explotado exactamente 6 globos al primer disparo.**

X= nº aciertos al primer disparo de 10 arqueros.

$$X \sim B(n = 10, p = 0.85)$$

$$P(X = 6) = \binom{10}{6}(0.85)^6(1 - 0.85)^{10-6} = \binom{10}{6}(0.85)^6(0.15)^4$$

$$\binom{10}{6} = 210$$

$$P(X = 6) = 210 \cdot (0.85)^6 \cdot (0.15)^4 \approx 210 \cdot 0.37715 \cdot 0.00050625 \approx 0.0401$$

$$\boxed{\boldsymbol{P(X = 6) \approx 0.0401}}$$

Ejercicio 1. Opción B. Álgebra

Según informa la Asociación Empresarial de Acuicultura de España, durante el año 2016 se comercializaron en España doradas, lubinas y rodaballos por un total de 275.8 millones de euros. En dicho informe figura que se comercializaron un total de 13740 toneladas de doradas y 23440 toneladas de lubinas. En cuanto a los rodaballos, se vendieron 7400 toneladas por un valor de 63.6 millones de euros. Sabiendo que el kilo de dorada fue 11 céntimos más caro que el kilo de lubina, se pide calcular el precio del kilo de cada uno de los tres tipos de pescado anteriores.

Solución:

Calcular el precio del kilo de cada uno de los tres tipos de pescado anteriores.

Sean x, y, z los precios en €/kg de dorada, lubina y rodaballo.

Convertimos las unidades:

- 275.8 millones de € $\rightarrow$ 275800000 €.
- 13740 toneladas $\rightarrow$ 13740000 kg.
- 23440 toneladas $\rightarrow$ 23440000 kg.
- 7400 toneladas $\rightarrow$ 7400000 kg.
- 63.6 millones de € $\rightarrow$ 63600000 €.

El sistema es:

$$\begin{cases} 13740000x + 23440000y + 7400000z = 275800000 \\ x - y = 0.11 \\ 7400000z = 63600000 \end{cases}$$

De la tercera ecuación,

$$z = \frac{63600000}{7400000} = \frac{636}{74} \approx 8.5946.$$

Dividimos la primera ecuación por 10000:

$$1374x + 2344y + 740z = 27580.$$

Sustituyendo z:

$$1374x + 2344y + 740\left(\frac{636}{74}\right) = 27580 \quad \Longrightarrow \quad 1374x + 2344y + 6360 = 27580,$$

$$1374x + 2344y = 21220.$$

De la segunda ecuación, $x = y + 0.11$. Reemplazamos:

$$1374(y + 0.11) + 2344y = 21220.$$

$$1374y + 151.14 + 2344y = 21220 \quad \Longrightarrow \quad 3718y = 21068.86,$$

$$y \approx 5.666 \quad \Longrightarrow \quad x \approx 5.666 + 0.11 = 5.776.$$

$\boxed{\textbf{Dorada: 5.78 €/kg}, \quad \textbf{Lubina: 5.67 €/kg}, \quad \textbf{Rodaballo: 8.59 €/kg} \text{ (aprox.)}}$

Ejercicio 2. Opción B. Análisis

Sea la función $f(x) = \{\begin{matrix} (x-1)^2 & \text{si} & x \le 1 \\ (x-1)^3 & \text{si} & x > 1 \end{matrix}$

a) **Estudie su continuidad en** $[-4, 4]$.
b) **Analice su derivabilidad y crecimiento en** $[-4, 4]$.
c) **Determine si la función** $g(x) = f'(x)$ **está definida, es continua y es derivable en** $x = 1$.

Solución:

a) **Estudie su continuidad en** $[-4, 4]$.

$f(x)$ es continua en $[-4, 1)$ y $(1, 4]$ (al tratarse de funciones polinómicas). Continuidad en $x = 1$:
$f(1) = 0$.
$\lim_{x\to 1^-}(x-1)^2 = 0$.
$\lim_{x\to 1^+}(x-1)^3 = 0$.
Es continua en $x = 1$. Por tanto, es continua en $[-4, 4]$.

$$\boxed{\textbf{La función es continua en } [-4, 4].}$$

b) **Analice su derivabilidad y crecimiento en** $[-4, 4]$.

Derivada: $f'(x) = \begin{cases} 2(x-1) & \text{si } x < 1 \\ 3(x-1)^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$.
Derivabilidad en $x = 1$:
$f'(1^-) = \lim_{x\to 1^-} 2(x-1) = 0$.
$f'(1^+) = \lim_{x\to 1^+} 3(x-1)^2 = 0$.
$f'(1^-) = f'(1^+) = 0 \implies f$ es derivable en $x = 1$ y $f'(1) = 0$.
f es derivable en $[-4, 4]$.
Crecimiento: $f'(x) = 0 \iff x = 1$.

Intervalo	$(-4, 1)$	$(1, 4)$
Signo $f'(x)$	$-$	$+$
Comportamiento $f(x)$	*Decreciente* $\searrow$	*Creciente* $\nearrow$

$$\boxed{\begin{array}{l} \textbf{f es derivable en } [-4, 4]. \\ \textbf{Decreciente en } [-4, 1). \\ \textbf{Creciente en } (1, 4]. \end{array}}$$

c) **Determine si la función** $g(x) = f'(x)$ **está definida, es continua y es derivable en** $x = 1$.

$g(x) = f'(x) = \begin{cases} 2(x-1) & \text{si } x < 1 \\ 0 & \text{si } x = 1 \\ 3(x-1)^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$. $g(1) = 0$.
Continuidad de g en $x = 1$:
$\lim_{x\to 1^-} g(x) = 0$.
$\lim_{x\to 1^+} g(x) = 0$.
Los límites laterales coinciden con $g(1)$, g es continua en $x = 1$.

Derivabilidad de g en $x = 1$: $g'(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 1 \\ 6(x-1) & \text{si } x > 1 \end{cases}$. $g'(1^-) = \lim_{x\to 1^-} 2 = 2$. $g'(1^+) = \lim_{x\to 1^+} 6(x-1) = 0$. $g'(1^-) \neq g'(1^+) \implies g$ no es derivable en $x = 1$.

$$\boxed{\begin{array}{l} \boldsymbol{g(x) = f'(x)} \textbf{ está definida y es continua en } \boldsymbol{x = 1}. \\ \boldsymbol{g(x) = f'(x)} \textbf{ NO es derivable en } \boldsymbol{x = 1}. \end{array}}$$

Ejercicio 3. Opción B. Geometría

Dados los puntos $P(-3,1,2)$ y $Q(-1,0,1)$ y el plano de ecuación $\pi \equiv x+2y-3z=4$, se pide:

a) **Hallar la proyección de Q sobre π.**
b) **Escribir la ecuación del plano paralelo a π que pasa por el punto P.**
c) **Escribir la ecuación del plano perpendicular a π que contiene a los puntos P y Q.**

Solución:

a) **Hallar la proyección de Q sobre π.**

Sea $Q(-1,0,1)$ y el plano $\pi \equiv x+2y-3z-4=0$.
Para hallar la proyección Q' de Q sobre π, se traza la recta perpendicular a π que pasa por Q, cuya dirección es el vector normal $\vec{n}_\pi=(1,2,-3)$.
La ecuación de la recta es:

$$r:\ (-1+\lambda,\ 0+2\lambda,\ 1-3\lambda).$$

Para hallar λ se sustituye en la ecuación del plano:

$$(-1+\lambda)+2(2\lambda)-3(1-3\lambda)-4=0 \implies 14\lambda-8=0,$$

$$\lambda=\frac{4}{7}.$$

Por tanto,

$$Q'=\left(-1+\frac{4}{7},\ 2\cdot\frac{4}{7},\ 1-3\cdot\frac{4}{7}\right)=\left(-\frac{3}{7},\ \frac{8}{7},\ -\frac{5}{7}\right).$$

$$\boxed{\textbf{La proyección es } \boldsymbol{Q'\left(-\frac{3}{7},\frac{8}{7},-\frac{5}{7}\right)}}$$

b) **Escribir la ecuación del plano paralelo a π que pasa por el punto P.**

Un plano paralelo a π tiene el mismo vector normal, por lo que su ecuación es:

$$x+2y-3z+D=0.$$

Como debe pasar por $P(-3,1,2)$:

$$-3+2\cdot1-3\cdot2+D=0 \implies -3+2-6+D=0 \implies D=7.$$

Entonces,

$$\pi'\equiv x+2y-3z+7=0.$$

$$\boxed{\boldsymbol{\pi'\equiv x+2y-3z+7=0}}$$

c) **Escribir la ecuación del plano perpendicular a π que contiene a los puntos P y Q.**

Sea σ el plano perpendicular a π. Como el plano π tiene vector normal $\vec{n}_\pi=(1,2,-3)$, éste estará contenido en σ. Además, σ pasa por $P(-3,1,2)$ y contiene el vector $\vec{PQ}=Q-P=(2,-1,-1)$.

Una forma de obtener la ecuación es usar el determinante:

$$\begin{vmatrix} x+3 & y-1 & z-2 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} = 0.$$

Tras desarrollarlo se obtiene, tras simplificar:

$$x + y + z = 0.$$

$$\boxed{\boldsymbol{\sigma \equiv x + y + z = 0}}$$

Ejercicio 4. Opción B. Probabilidad

Se consideran dos sucesos A y B tales que $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.25$ y $P(A \cap B) = 0.125$. Responder de manera razonada o calcular lo que se pide en los siguientes casos:

a) **Sea C otro suceso, incompatible con A y con B. ¿Son compatibles los sucesos C y $A \cup B$?**
b) **¿Son A y B independientes?**
c) **Calcular la probabilidad $P(\overline{A} \cap \overline{B})$ (donde $\overline{A}$ denota el suceso complementario al suceso A).**
d) **Calcular $P(\overline{B}|A)$.**

Solución:

a) **Sea C otro suceso, incompatible con A y con B. ¿Son compatibles los sucesos C y $A \cup B$?**

$C \cap A = \emptyset$ y $C \cap B = \emptyset$. $C \cap (A \cup B) = (C \cap A) \cup (C \cap B) = \emptyset \cup \emptyset = \emptyset$. Son incompatibles.

$$\boxed{\textbf{No, son incompatibles.}}$$

b) **¿Son A y B independientes?**

Independientes si $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. $P(A)P(B) = (0.5)(0.25) = 0.125$. Como $P(A \cap B) = 0.125$, sí son independientes.

$$\boxed{\textbf{Sí, son independientes.}}$$

c) **Calcular la probabilidad $P(\overline{A} \cap \overline{B})$.**

$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B)$. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.5 + 0.25 - 0.125 = 0.625$.
$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - 0.625 = 0.375$.

$$\boxed{\boldsymbol{P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0.375}}$$

d) **Calcular $P(\overline{B}|A)$.**

Como A y B son independientes, A y $\overline{B}$ también lo son. $P(\overline{B}|A) = P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0.25 = 0.75$.

$$\boxed{\boldsymbol{P(\overline{B}|A) = 0.75}}$$